



〈解説〉

A～Hに入れることができる数は全て偶数なので、それぞれを2で割った {6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15} で考えても差し支えありません。上の9数を素因数分解しておきます。

〈素因数分解〉		〈各素数の個数〉	
			個
6	$2 \times 3$	12	$2 \times 2 \times 3$
7	7	13	13
8	$2 \times 2 \times 2$	14	$2 \times 7$
9	$3 \times 3$	15	$3 \times 5$
10	$2 \times 5$		
		2	8
		3	5
		5	2
		7	2
		13	1

(1) A～Hに入るのは8個で数字が9個ありますから1個外れることになります。「13」を使うと分子にそのまま残ることになるので、計算結果は13以上になります。まずは13を外して、計算結果を13未満にすることを考えます。

各素数を計算結果が最小になるように、分子側・分母側に割り振ったものが〈表1〉です。

〈表1〉	分子側 (個)	分母側 (個)
2	4	4
3	3	2
5	1	1
7	1	1

表から明らかなように計算結果は「3」になります。

〈例〉として

$$\frac{6 \times 12 \times 14 \times 15}{7 \times 8 \times 9 \times 10} = 3 \text{ を挙げておきます。}$$

(答) 3

(2) 8個ある 2 が分子と分母に何個ずつあるかで分類します。  $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$  なので、分母側が4つ多くなります。(以下 □ の囲み文字は要素としての素数を表すものとします)

(i) 分子側1個, 分母側5個 → 外れ…12

また, 3, 5, 7 が分子側と分母側に1つずつでなければならないので

$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3} \text{ (または } \frac{3}{2} \text{)}, \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \text{ (または } \frac{3}{2} \text{)}, \frac{7}{14} = \frac{1}{2} \text{ (または } 2 \text{)}$$

$$\frac{13}{8} \text{ に } \left( \frac{2}{3} \text{ または } \frac{3}{2} \right), \left( \frac{2}{3} \text{ または } \frac{3}{2} \right), \left( \frac{1}{2} \text{ または } 2 \right) \text{ をかけて分母が } 16 \text{ になるのは}$$

$$\frac{13}{8} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{13}{16}, \quad \frac{13}{8} \times 2 \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{117}{16}$$

〈例〉

$$\frac{6 \times 7 \times 13 \times 15}{8 \times 9 \times 10 \times 14} = \frac{13}{16}, \quad \frac{9 \times 13 \times 14 \times 15}{6 \times 7 \times 8 \times 10} = \frac{117}{16}$$

(ii) 分子側2個, 分母側6個 →外れ・・・7, 9, 13, 15

① 7外れ

「13」, 「14」は分子側, 「8」は分母側, **5**は $\frac{3}{2}$ か $\frac{2}{3}$ を作りますが, $\frac{2}{3}$ にすると**3**が分母に残ってしまうので $\frac{3}{2}$ で確定します。ところが, 「9」は分子側に持ってこなければならぬので**2**を2個と6個に割り振れません。よって「7外れ」はありません。

② 9外れ

「13」は分子側, 「8」は分母側, **5**と**7**は例によって( $\frac{2}{3}$ または $\frac{3}{2}$ )と( $\frac{1}{2}$ または2)

残りの「6」と「12」は( $\frac{1}{2}$ または2)となりますが, 分母に**3**が残るのはダメなので, **5**は $\frac{3}{2}$ で確定します。残りは必然的に $\frac{1}{2} \times 2$ となるので, 計算結果は

$$\frac{13}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{39}{16}$$

〈例〉  $\frac{6 \times 13 \times 14 \times 15}{7 \times 8 \times 10 \times 12} = \frac{39}{16}$

③ 13外れ

「8」分母側, は**5**と**7**はいつも通りだとすると残る「6」「9」「12」で作れる数は

$$\frac{9 \times 12}{6} = 18 \quad \text{と} \quad \frac{6 \times 9}{12} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{1}{8} \times 18 \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{27}{16}$$

〈例〉  $\frac{7 \times 9 \times 12 \times 15}{6 \times 8 \times 10 \times 14} = \frac{27}{16}$

$$\frac{1}{8} \times \frac{9}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$$

〈例〉  $\frac{6 \times 7 \times 9 \times 10}{8 \times 12 \times 14 \times 15} = \frac{3}{16}$

また, この場合は分子側に**5**を2個使うことも可能です。

$$\frac{1}{8} \times 10 \times 15 \times 2 \times \frac{9}{6 \times 12} = \frac{75}{16}$$

〈例〉  $\frac{9 \times 10 \times 14 \times 15}{6 \times 7 \times 8 \times 12} = \frac{75}{16}$

④ 15外れ

分母側の「8」、分子側の「10」「13」が確定です。7で $\frac{1}{2}$ または2を作ると分子側の残りが1枠なので、そこも「9」で決まることになりすべて必然で

$$\frac{9 \times 10 \times 13 \times 14}{6 \times 7 \times 8 \times 12} = \frac{65}{16} \text{ となります。}$$

以上より

(答) 3, 13, 27, 39, 65, 75, 117