



〈解説〉

(1) 608 を素因数分解すると

$608 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 19$ です。

ここで『約数の総和』の求め方を確認しておきましょう。

この場合は、《2 だけで作れる数の和と 19 だけで作れる数の和の積》です。

つまり

2 だけで作れる数 $\rightarrow 1, 2, 4, 8, 16, 32$ その和 $\rightarrow 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63$

19 だけで作れる数 $\rightarrow 1, 19$ その和 $\rightarrow 1 + 19 = 20$

それぞれの積となりますので、約数の総和 $\rightarrow 63 \times 20 = 1260$ となります。

さて、本問の場合は、それぞれの約数を 2 回ずつ掛け合わせたものの総和です。

上の 608 の各約数は、2 だけで作れる数の 1, 2, 4, 8, 16, 32 のいずれかと、19 だけで作れる数 1, 19 のどちらかの積で表すことができます。

それぞれ 2 回ずつ掛けるので、大元をそれぞれ 2 回ずつ掛けておいてから足しても結果は変わりません。よって

$$\begin{aligned} & (1 \times 1 + 2 \times 2 + 4 \times 4 + 8 \times 8 + 16 \times 16 + 32 \times 32) \times (1 \times 1 + 19 \times 19) \quad \cdots \star \\ & = (1 + 4 + 16 + 64 + 256 + 1024) \times (1 + 361) \\ & = 1365 \times 362 \\ & = 494130 \quad \cdots (\text{答}) \end{aligned}$$

(2) (1) で使った考え方を使います。

例えば 2 の倍数だが 4 の倍数ではない数 P の $\langle P \rangle$ は

$1+2 \times 2=5$ より 5 の倍数になります。

また、4 の倍数だが 8 の倍数ではない数 Q の $\langle Q \rangle$ についても $\langle P \rangle$ と同じように、

$1+2 \times 2+4 \times 4=21$ より 21 の倍数になります。

さて、18100 を素因数分解すると

$\langle A \rangle = 18100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 181$ となります。

A を素因数分解して出てくる素数を使い、上のような計算 (★) をすると、181 に 100 の約数 $\{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$ のいずれかを掛けたものになるはずですが、

それを探すと

$$\begin{aligned} 181 \times 2 \\ &= 362 \\ &= 1 + 19 \times 19 \end{aligned}$$

しかないことがわかります。(各自確認してみてください。(1) がヒントになっています。)

このとき、残りは

$2 \times 5 \times 5 = 50$ となります。

$$\begin{aligned} 50 = 1 + 49 &= 1 + 7 \times 7 && \rightarrow A = 7 \times 19 = 133 \\ &= 5 \times 10 &= (1 + 2 \times 2) \times (1 + 3 \times 3) && \rightarrow A = 2 \times 3 \times 19 = 114 \end{aligned}$$

これ以外にはないので、求める A は 133, 114 … (答)