



本問は中学で習う2つの定理を知っていればすんなり解けます。

その意味では中学受験の範囲を超えているのかもしれませんが理解はできると思います。

◎円周角の定理

- ・1つの弧に対する円周角の大きさは一定
- ・同じ弧に対する円周角の大きさは中心角の  $\frac{1}{2}$

◎円周角の定理の逆

- ・ある2点に対して同じ角度をとる2つの点があったとき、その4点は同一円周上にある

◎三平方の定理

- ・直角三角形の斜辺の2乗は他の辺の2乗の和に等しい

※これらの定理の証明は、今回は割愛させていただきます。いずれ本文でとりあげたいと思います。

今回の解説はこれらを使っておこないます。

〈解説〉

(1)  $\angle AFD = 45^\circ$

$\angle ACD = 45^\circ$

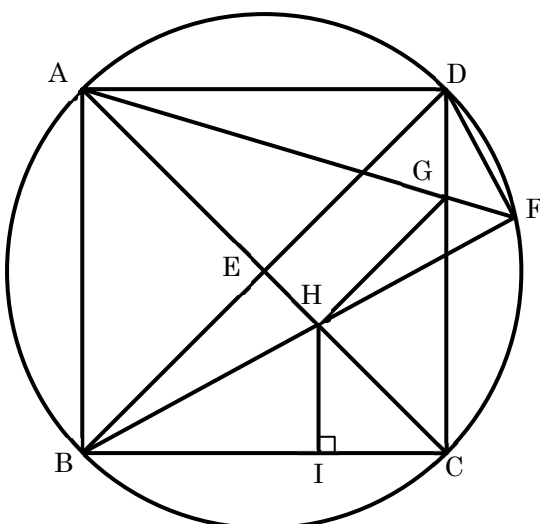
よって

$\angle AFD = \angle ACD$

「円周角の定理の逆」より 4点A,C,F,Dは同一円周上にあります。(〈図1〉)

Hから辺BCに垂線を下ろし、その交点をIとします。

〈図1〉



$\triangle AGH$  と  $\triangle BHI$  の関係を考えます。

弧 FC に対する円周角は等しいので

$\angle GAH = \angle HBI \dots \textcircled{1}$

AH : BI は AH を対角線とする正方形を考えたとき、

「対角線 : 一辺」となっています。

また、 $\triangle ADG$  と  $\triangle BEH$  において

$\angle ADG = \angle BEH = 90^\circ \dots \textcircled{2}$

弧 DF に対する円周角は等しいので

$\angle DAG = \angle EBH \dots \textcircled{3}$

②、③より  $\triangle ADG \sim \triangle BEH$

その相似比は  $AD : BE = AD : ED$

正方形の「対角線：一辺」となっています。

よって、 $AH : BI = AG : BH \dots \textcircled{4}$

③、④より 2 辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle AGH \sim \triangle BHI$

また、対応する角は等しいので  $\angle AHG = 90^\circ \dots$  (答)

(2)  $\triangle GHC$  は直角二等辺三角形なので  $HC = HG$  です。

AH を 1 辺とする正方形と HC を 1 辺とする正方形の面積比が 3 : 1 ということは

$AH \times AH : HG \times HG = 3 : 1$  ということなので

三平方の定理より

$HG \times HG : AG \times AG = 1 : 1 + 3 = 1 : 4$

よって

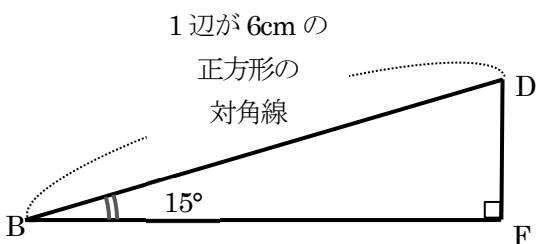
$HG : AG = 1 : 2$  です。

$\triangle AGH$  は AG を斜辺とする直角三角形なので  $\angle GAH = 30^\circ$  です。

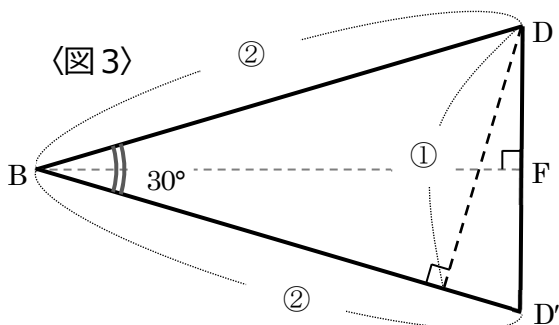
$\angle DAG = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ = \angle EBH$

$\triangle BFD$  は (図 2) のようになります。

(図 2)



(図 3)



2 つくっつけると (図 3) のようになるの

で、

その面積は

$\frac{1}{2} \times \textcircled{2} \times \textcircled{1} \times \frac{1}{2} = \textcircled{1} \times \textcircled{1} \times \frac{1}{2}$

それは  $\triangle ABE$  の面積に等しいので

$6 \times 6 \times \frac{1}{4} = 9(\text{cm}^2) \dots$  (答)