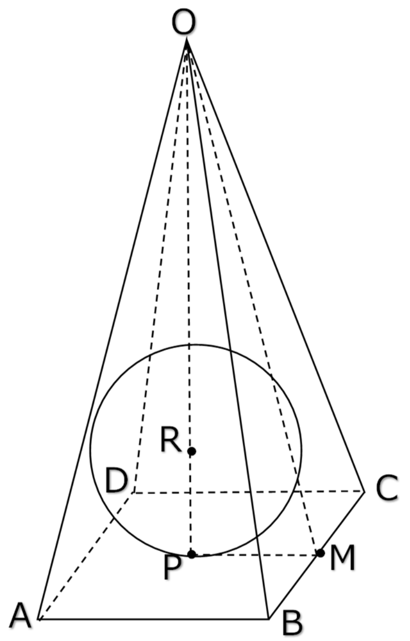
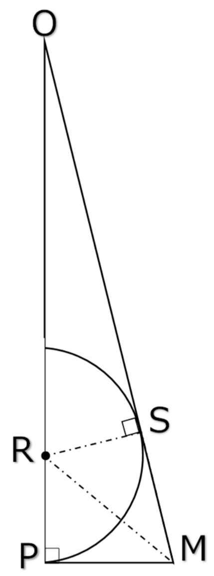
(１)内接する球を Q とします。Q の中心を R、Q と三角形 OBC の接点を S とすると三角形 OPM において〈図２〉のようになります。

〈図１〉



〈図２〉



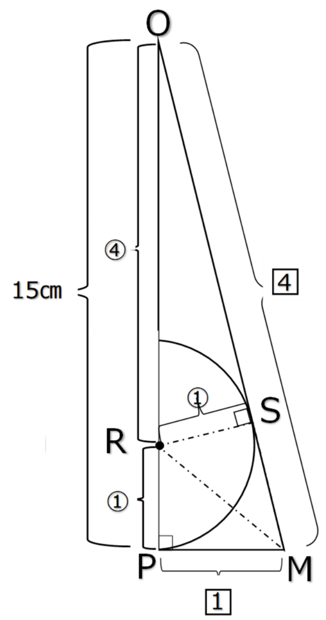
〈図２〉で

△OPM∽△OSR　（∽→相似）２角が等しい

△RPM≡△RSM　（≡→合同）直角三角形で斜辺と他の１辺が等しい

これをふまえ数字を書き込んだものが〈図３〉です。

〈図３〉



RP＝$15\times\frac{1}{4+1}$＝3（㎝）・・・(答)

＊別解

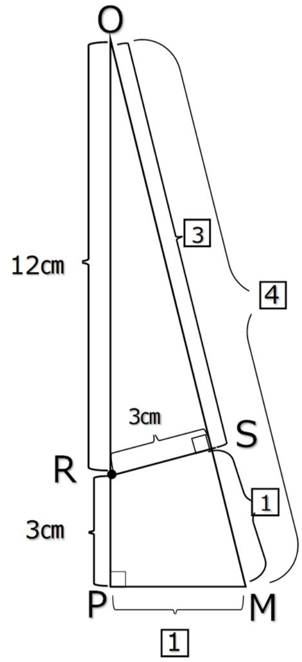
底面の正方形と側面の三角形は面積が等しいので R をてっぺんとし各面を底面とする「すい体」を５個つくるとどれも体積が等しくなります。全体と四角すい R－ABCD を比べると体積が$\frac{1}{5}$なので高さも$\frac{1}{5}$です。

よって

$15\times\frac{1}{5}$＝3（㎝）・・・(答)

（２）OS は$\boxed{4}-\boxed{1}=\boxed{3}$なので（〈図４〉）以下の式が成り立ちます。

〈図４〉



$15 : \boxed{1} = \boxed{3} : 3$

$\boxed{1} \times \boxed{3} = 15 \times 3$

$\boxed{1} \times \boxed{1} = 15$

$\boxed{2} \times \boxed{2} = 15 \times 2 \times 2$

$= 60$

$\boxed{2}$は底面の正方形の辺なので「60」は面積です。

よって

$60 \times 15 \times \frac{1}{3} = 300$（㎤）・・・(答)