

2023/4/14

(1)

A と B のうちの1方が決まれば他方も決まります。

A として考えられるのは

100 から 344 までなので

$$344_{(7)} - 100_{(7)} = 244_{(7)} \rightarrow \text{十進数になおすと } 2 \times 7 \times 7 + 4 \times 7 + 4 = 130$$

よって

$$130 + 1 = 131 \text{ (通り)} \cdots \text{(答)}$$

(2)

(1) と同じ考え方で、10進数とみなして「4444」になるものも含めて C と D の組を求めます。

1 ~ 4443 までなので

$$4443_{(7)} \text{ を十進数になおすと } 4 \times 7 \times 7 \times 7 + 4 \times 7 \times 7 + 4 \times 7 + 3 = 1599$$

$2222_{(7)}$ がちょうど真ん中なので、 $C > D$ のものは

$$(1599 - 1) \div 2 = 799 \text{ (通り)}$$

あります。

10進数とみなしても結果が同じものはそれぞれの桁でくり上がりが生じないものなので同じ桁の組み合わせが

$$(4, 0)、(3, 1)、(2, 2)、(1, 3)、(0, 4)$$

の5通りあります。

以後は C だけを考えます。(10進数でも結果が同じものを求めます)

→799 から 10進数の計算でも「4444」になるものを引く。

i) C の下から4桁目が4のとき

他の3桁はそれぞれ5通りあります。

ただし、4つとも「4」はダメなので

$$5 \times 5 \times 5 - 1 = 124 \text{ (通り)}$$

ii) C の下から4桁目が3のとき

他の3桁はそれぞれ5通りなので

$$5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ (通り)}$$

iii) Cの下から4桁目が2のとき

① 下から3桁目が「4」「3」のとき下2桁がそれぞれ5通りなので
 $2 \times 5 \times 5 = 50$ (通り)

② 下から3桁目が「2」のとき

(あ) 下から2桁目が「4」か「3」のとき

下1桁が5通りなので

$$2 \times 5 = 10 \text{ (通り)}$$

(い) 下から2桁目が「2」のとき

下1桁は「4」か「3」なので2通り

以上より、10進数でも結果が同じものは

$$124 + 125 + 50 + 10 + 2 = 311 \text{ (通り)}$$

よって求める答えは全体から引いて

$$799 - 311 = 488 \text{ (通り)} \dots \text{(答)}$$