



場合の数の基本を確認する問題です。

「順列」や「組み合わせ」、「場合分け」等を駆使して正解してください。

ポイントは、「C」に入る数字が一番大きいので、5か所に入る数字の組み合わせがきまったところで

「C」が確定することです。

(1)

今後すべてそうなのですが「0」を含むか含まないかで場合分けします。

(i) 0を含まない

5数の選び方は9個の中から5個を選ぶ組み合わせなので、9個の中から4個を選ぶ組み合わせと同じです。

$$\frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126 \text{ (通り)} \cdots \textcircled{1}$$

C以外の並べ方は順列なので

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ (通り)}$$

よって

$$126 \times 24 = 3024 \text{ (個)}$$

(ii) 0を含む

0は決まっているので残り4個を9個の中から選びます。

これは①と同じです。

C以外の並べ方は0は先頭に来ることができないので

$$3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18 \text{ (通り)}$$

よって

$$126 \times 18 = 2268 \text{ (個)}$$

(i) と (ii) を合計して

$$3024 + 2268 = 5292 \text{ (個) } \dots \text{ (答)}$$

(2) C以外にいくつが同じかで場合分けします。

① 4つが同じ

0は選べないので9個の中からから2個を選ぶ組み合わせとなります。

$$\frac{9 \times 8}{2 \times 1} = 36 \text{ (個)}$$

② 3つが同じ

(i) 0を含まない

3数の選び方は9個の中から3つを選ぶ組み合わせです。

$$\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84 \text{ (通り)} \dots \text{ ②}$$

同じものの位置の決め方が4通り、C以外の並べ方が2通りなので

$$84 \times 4 \times 2 = 672 \text{ (個)}$$

(ii) 0を含む

3数の選び方は0がきまっているので9個の中から2個を選ぶ組み合わせとなります。

$$\frac{9 \times 8}{2 \times 1} = 36 \text{ (通り)} \dots \text{ ③}$$

位置の決め方が4通り、0は先頭に来ないので

$$36 \times 4 = 144 \text{ (個)}$$

(i) と (ii) を合計して

$$672 + 144 = 816 \text{ (個)}$$

③ 2つと2つが同じ

(i) 0を含まない

3数の選び方は②と同じ、2つと2つに分けるのは3通り、2数の並べ方は2通りなので

$$84 \times 3 \times 2 = 504 \text{ (個)}$$

(ii) 0を含む

3数の選び方は③と同じ。分け方は3通り、0は先頭に来ないので

$$36 \times 3 = 108 \text{ (個)}$$

$$504 + 108 = 612 \text{ (個)}$$

④ 2つが同じ

(i) 0を含まない

4数の選び方は①と同じです。同じものの位置は4個の中から2個を選ぶ組み合わせなので

$$\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6 \text{ (通り)}$$

3数の並べ方は順列で

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ (通り)}$$

よって

$$126 \times 6 \times 6 = 4536 \text{ (個)}$$

(ii) 0を含む

4数の選び方は②と同じ、同じものの位置は6通り、C以外の並べ方は

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ (通り)}$$

よって

$$84 \times 6 \times 4 = 2016 \text{ (個)}$$

$$4536 + 2016 = 6552 \text{ (個)}$$

これらの結果と(1)の全てを合計して

$$36 + 816 + 612 + 6552 + 5292 = 13308 \text{ (個) } \dots \text{ (答)}$$

〈別解〉Cで分類します。Cが決まればAには0が入らないこと以外には制限はありません。

$$C=9 \rightarrow 8 \times 9 \times 9 \times 9 = 5832 \text{ (個)}$$

$$C=8 \rightarrow 7 \times 8 \times 8 \times 8 = 3584 \text{ (個)}$$

$$C=7 \rightarrow 6 \times 7 \times 7 \times 7 = 2058 \text{ (個)}$$

$$C=6 \rightarrow 5 \times 6 \times 6 \times 6 = 1080 \text{ (個)}$$

$$C=5 \rightarrow 4 \times 5 \times 5 \times 5 = 500 \text{ (個)}$$

$$C=4 \rightarrow 3 \times 4 \times 4 \times 4 = 192 \text{ (個)}$$

$$C=3 \rightarrow 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54 \text{ (個)}$$

$$C = 2 \rightarrow 1 \times 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ (個)}$$

合計して13308個… (答)