★今週の問題★　旅人算　～解説～

＊タイトルが「旅人算」になっていますが、それは「フェイク」です。

本質的には「規則性」「整数」の問題です。

（１）　速さが３：１なので最初の往復の出会いは（（ ）内はＱの向き）

$$1\times 2\times \frac{1}{3+1}=\frac{1}{2}\quad (\rightarrow)\cdots 1\text{回目}$$

のところで起きます。

次いで、方向を考えて計算すると

$$\frac{1}{2}\times 2\times \frac{1}{4}=\frac{1}{4}\quad (\leftarrow)\cdots 2\text{回目}$$

さらに

$$\frac{1}{4}+\left(1-\frac{1}{4}\right)\times 2\times \frac{1}{4}=\frac{5}{8}\quad (\rightarrow)\cdots 3\text{回目}$$

$$\frac{5}{8}\times 2\times \frac{1}{4}=\frac{5}{16}\quad (\leftarrow)\cdots 4\text{回目}$$

となります。　規則性があるので表にまとめます。

回数		１	２	３	４	５	６	７	８	９	１０	１１
Ｐからの割合	分子	１	１	５	５	２１	２１	８５	８５	３４１	３４１	１３６５
	分母	２	４	８	１６	３２	６４	１２８	２５６	５１２	１０２４	２０４８
Ｑの向き		→	←	→	←	→	←	→	←	→	←	→

１１回目の出会いが整数cmのところで１０回目の出会いが３の倍数であることからＬは２０４８の倍数かつ３の倍数の４ケタの整数なので

（答）６１４４

（２）　１２回目の出会いの時のＱの向きは「←」でＡを折り返した後のＰと出会います。その時の往復の出会いの距離は

$$６１４４\times\frac{１３６５}{２０４８}\times２=８１９０$$

です。８１９０を素因数分解すると

$2\times3\times3\times5\times7\times13$

です。ＲとＳは共に１ケタで異なることから考えられるＲ+Ｓの最大値は１７です。

８１９０の約数の中で１７以下の最も近い数は

$15=8+7$

ですから　　　　R＝８、S＝７・・・(答)

$$T=8190\times\frac{8-7}{8+7}\times\frac{1}{2}=273(\mathrm{cm})$$・・・（答）