★今週の１題★　ピタゴラスの定理　～解説～

答を見てもらえばわかると思いますが、補足的に説明しておきます。

$$S = a \times b \div 2$$

$$= \frac{1}{2} \times a \times b$$

各頂点と中心Ｏを結ぶと三角形が３つできますが、その３つの合計がＳになります。

$$S = a \times r \div 2 + b \times r \div 2 + c \times r \div 2$$

$$= \frac{1}{2} \times \underline{r} \times (a + b + \underline{c}) \cdots ①$$

また、内接円とＢＣとの接点をＤとするとｒは以下の考え方で求められます。

<公式>直角三角形の内接円の半径

（底辺+高さに相当する辺ー斜辺）÷２

よって

$$r = CD = (a + b - c) \div 2$$

$$= \frac{1}{2} \times (a + \underline{b} - \underline{c}) \cdots ②$$

です。

①の式のｒのところに②の式を代入すると

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (a + \underline{b} - \underline{c}) \times (a + b + \underline{c})$$

となります。また、

$$S = \frac{1}{2} \times a \times b$$

なので、

$S=\frac{1}{2}\times a\times b=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times(a+b-c)\times(a+b+c)$

$\Rightarrow\frac{1}{2}\times a\times b=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times(a+b-c)\times(a+b+c)$

両辺を２倍して

$a\times b=\frac{1}{2}\times(a+\underline{b}-\underline{c})\times(a+b+\underline{c})$　…③

和と差の積は２乗－２乗になるので

$(a+b-c)\times(a+b+c)=(a+b)\times(a+b)-c\times c$

よって③の両辺を２倍して整理すると

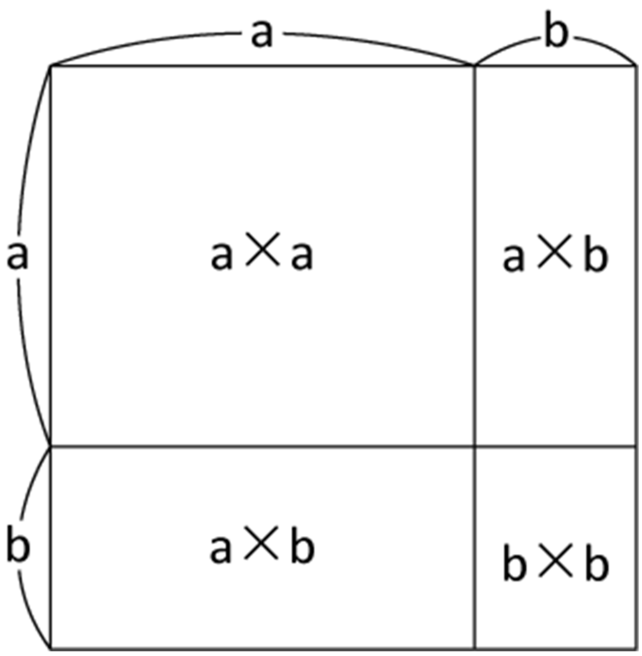
$\underline{2}\times a\times b=(a+b)\times(a+b)-c\times c$

なので

$c\times c=(a+b)\times(a+b)-2\times a\times b$　…④

④の式が意味するものを図にすると〈図１〉になります。

〈図１〉



④と〈図１〉より

$$c \times c = a \times a + b \times b$$

となり、ピタゴラスの定理を得ることができました。