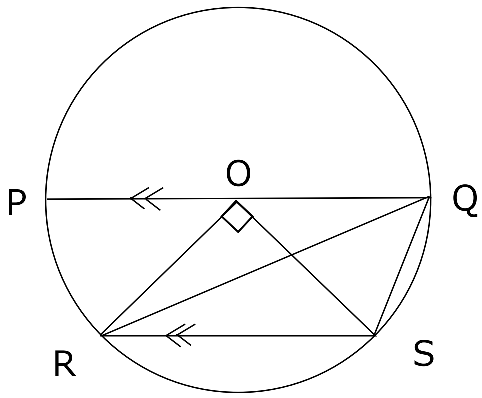
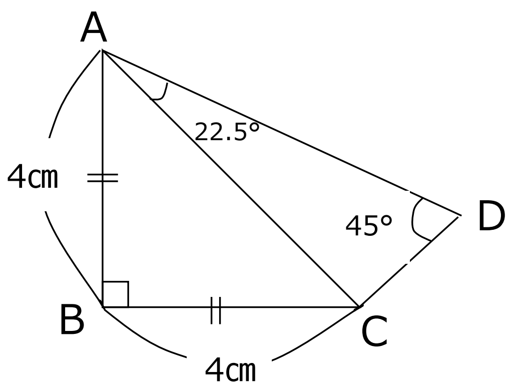
★今週の1題★　図形と角度　～解説～

〈図1〉



〈図2〉



（1）「円周角の定理」を使えば

$$\angle RQS = \frac{1}{2} \times \angle ROS = \frac{1}{2} \times 90° = 45° \cdots \text{(答)}$$

〈別解〉「円周角の定理」を使わない場合

ＰＱ∥ＲＳなので

∠ＱＯＳ＝∠ＲＳＯ＝４５°=∠ＰＯＲ

よって

∠ＯＱＳ＝（１８０°―４５°）÷２＝６７．５°　（二等辺三角形の低角は等しい）

また、

$$\angle OQR = \frac{1}{2} \times \angle POR = \frac{1}{2} \times 45° = 22.5°$$

よって

∠ＲＱＳ＝６７．５°―２２．５°＝４５°・・・(答)

（2）図１の∠ＱＲＳは「円周角の定理より」

$$\angle QRS = \frac{1}{2} \times \angle QOS = \frac{1}{2} \times 45° = 22.5°$$

よって〈図1〉の△ＲＳＱと〈図2〉の△ＡＣＤは２角が等しいので相似です。

〈図1〉で、

△ＯＲＳ＝△ＱＲＳ

なので、〈図２〉でも

△ＡＢＣ＝△ＡＣＤ

となります。よって求める面積は△ＡＢＣの面積と同じなので

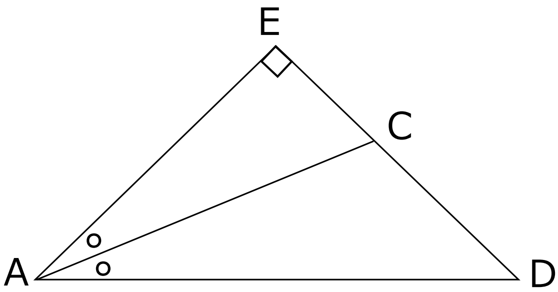
$$4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$$ （㎠）・・・(答)

〈別解〉（１）を使わない解法も紹介します。

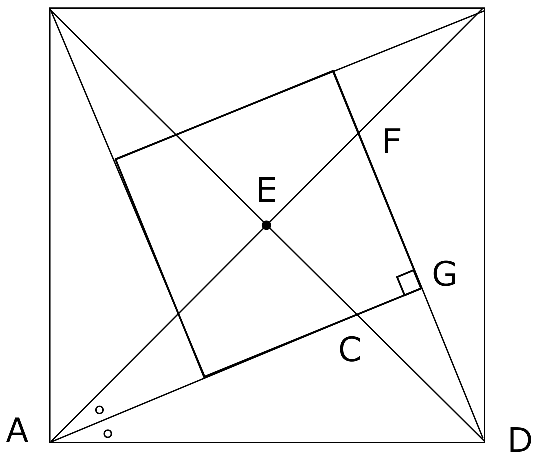
△ＡＣＤは直角二等辺三角形の一部とみることもできます。〈図３〉

これを４つ組み合わせて線を延長すると〈図４〉になります。

〈図３〉



〈図４〉



〈図４〉で、△ＡＤＧと△ＡＦＧは∠ＡＧＦが９０°なので合同であることが分かります。

（二角夾辺相等）。

よって

ＦＧ＝ＧＤ

また、対称性から

ＡＣ＝ＤＦ＝２×ＤＧ

なので、△ＡＣＤは底辺がＡＣで高さがＡＣの半分だということがわかります。

〈図２〉の△ＡＢＣがまさにそれと同じなので

$$4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$$ （㎠）・・・(答)