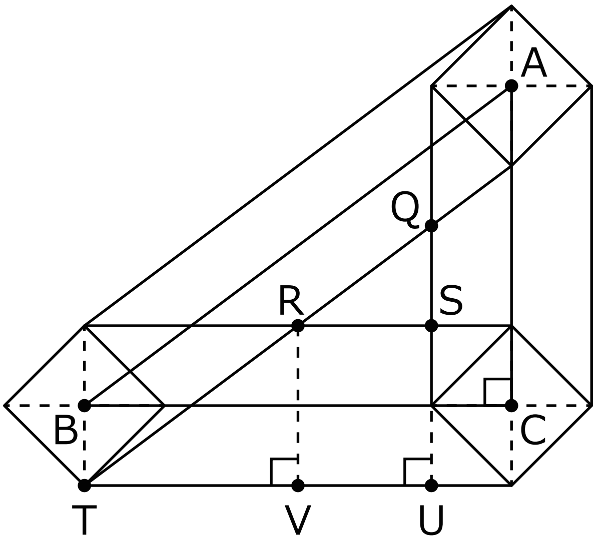
★今週の1題★　図形　～解説～

〈解説〉

（１）

〈図１〉



△ＡＢＣは３：４：５の直角三角形です。

立体の移動ですが、作図は「底面の移動」について描きます。〈図１〉は底面の正方形の中心が点Ａ、Ｂ、Ｃ上にあるところ描き、次いで外側と内側にかかる直線を結んだものです。

（１）の答えは三角形ＱＲＳの面積であることは作図により明らかだと思います。

〈図１〉の三角形ＲＴＶの辺ＲＶは

$3 \times 2 = 6$（ｃｍ）

よって辺ＴＶは

$6 \times \dfrac{4}{3} = 8$（ｃｍ）

ＶＵのながさは

$16 - (8 + 3) = 5$（ｃｍ）

また、ＱＳの長さは

$5 \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{15}{4}$（ｃｍ）

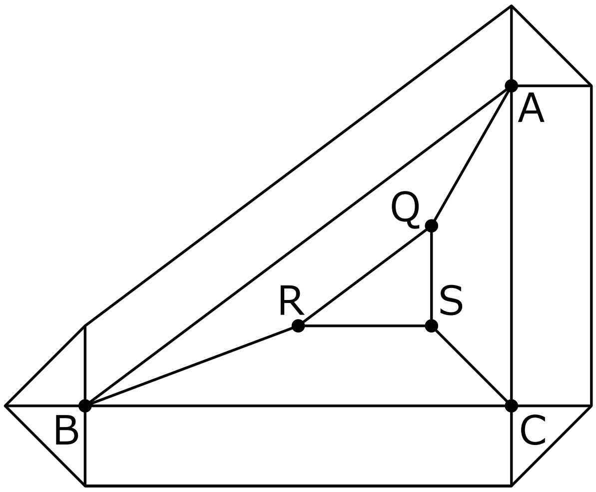
以上より、求める三角形 QRS の面積は

$5 \times \dfrac{15}{4} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{75}{8} = 9\dfrac{3}{8}$（ｃｍ）・・・(答)

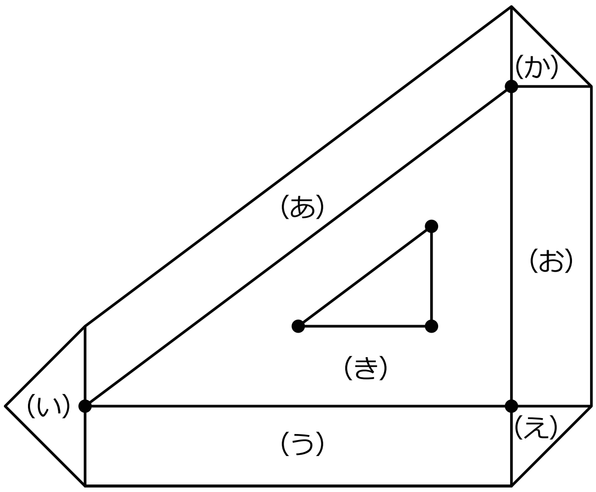
↑（２）で使います。

（２）

〈図２〉



〈図３〉



〈図２〉は通った立体を上から見るとどう見えるかを描いたものです。
体積を求める際は〈図３〉のように（あ）～（き）の７ヶ所に分割してそれぞれの体積を求め最後に合算する方針でいきます。

ｉ）（あ）（う）（お）

それぞれ三角柱とみなすことができ、その底辺は底辺が３ｃｍ、高さが１１ｃｍの直角三角形です。三角柱の高さは１６ｃｍ、１６ｃｍ、１２ｃｍなので体積の合計は

$$3 \times 11 \times \frac{1}{2} \times (16 \times 2 + 12) = 726\ (\mathrm{cm}^2)$$

ⅱ）（い）（え）（か）

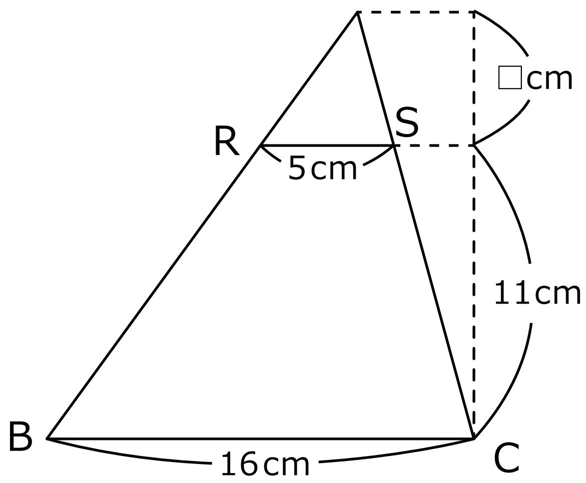
３つの立体をくっつければ正四角すいＰと同じ立体になります。よって体積の合計は

$$6 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 11 \times \frac{1}{3} = 66\ (\mathrm{cm}^3)$$

ⅲ）（き）

△ＡＢＣを底面とする高さ１１ｃｍの三角柱から　三角すい台ＱＲＳ－ＡＢＣを引いたものが求める立体です。

三角すい台ＱＲＳ－ＡＢＣを正面から見たものが〈図４〉です。



ＲＳ＝ＢＣ＝５：１６

$$\square = 11 \times \frac{5}{16-5}$$

$$= 5\,(\mathrm{cm})$$

三角すい台ＱＲＳ―ＡＢＣの体積は

$$\frac{75}{8} \times 5 \times \frac{1}{3} \times \frac{16 \times 16 \times 16 - 125}{5 \times 5 \times 5}$$

$$= \frac{75 \times 5 \times 16 \times 16 \times 16}{8 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5} - \frac{125}{8}$$

$$= 496\frac{3}{8}\ (\mathrm{cm}^3)$$

よって（き）の体積は

$$16 \times 12 \times \frac{1}{2} \times 11 - 496\frac{3}{8} = 559\frac{5}{8}\ (\mathrm{cm}^3)$$

ⅰ）ⅱ）ⅲ）の合計が答えなので

$$726 + 66 + 559\frac{5}{8} = 1351\frac{5}{8}\ (\mathrm{cm}^3)$$ ・・・(答)