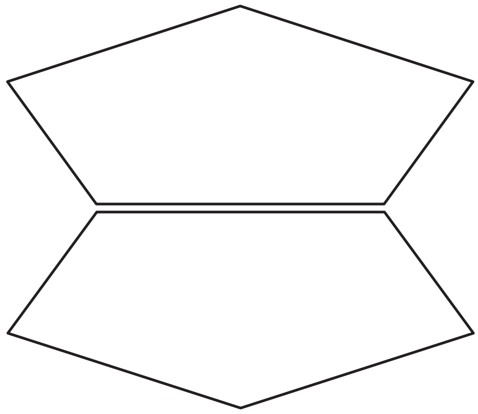
★今週の1題★　立体図形　～解説～

〈解説〉

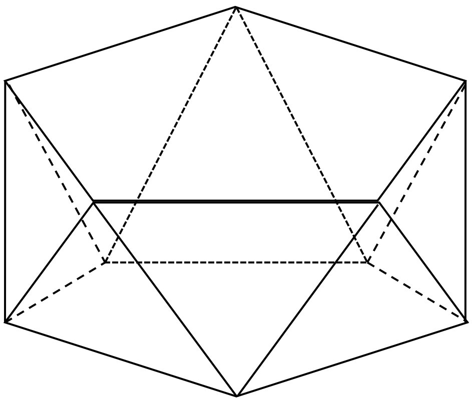
（１）Ｂが２枚なので〈図１〉のように「ふた」と「底」の位置とします。この側面をＡで埋めれば良いとすると〈図２〉のような立体が考えられます。
Ａの枚数は「ふた」と辺を共有するものが５枚、「底」も５枚なので、

５×２＝１０(枚)・・・(答)

〈図１〉



〈図２〉

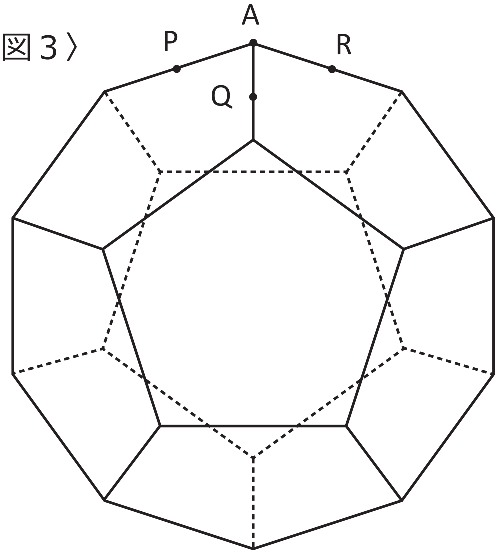


※〈図２〉の立体は「アルキメデスの半角柱」と呼ばれます。「ふた」と「底」は正多角形であれば良いので無数に存在します。

（２）Ｂが１２枚なので「正十二面体」をベースに考えます。

ｉ）正十二面体から切り出す

〈図３〉

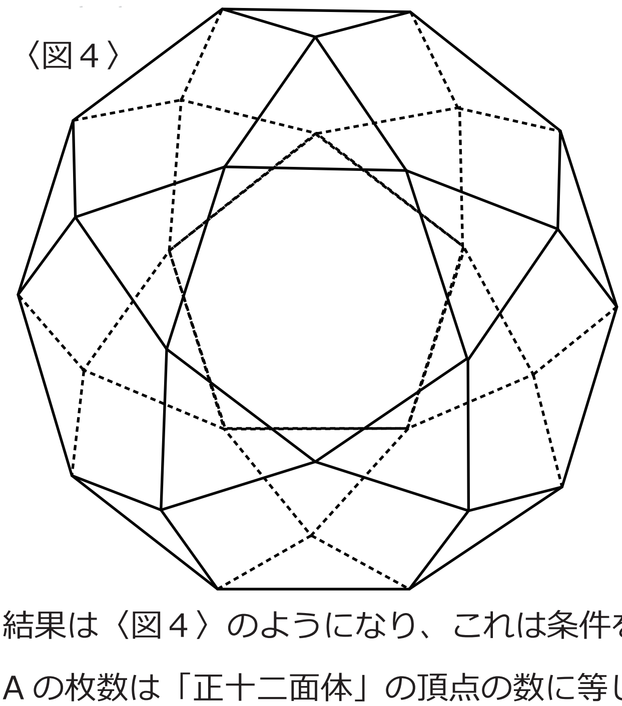


〈図３〉は正十二面体です。

これをそれぞれの頂点について辺の中心で切り落とすことを考えます。

〈図３〉では頂点Ａに対して３点Ｐ、Ｑ、Ｒを通る平面で切り落とすのですが、これを全ての頂点で行います。

〈図４〉



結果は〈図４〉のようになり、これは条件を満たします。

Ａの枚数は「正十二面体」の頂点の数に等しくなります。「正十二面体」は「正五角形」が３つ集まって頂点を作るので

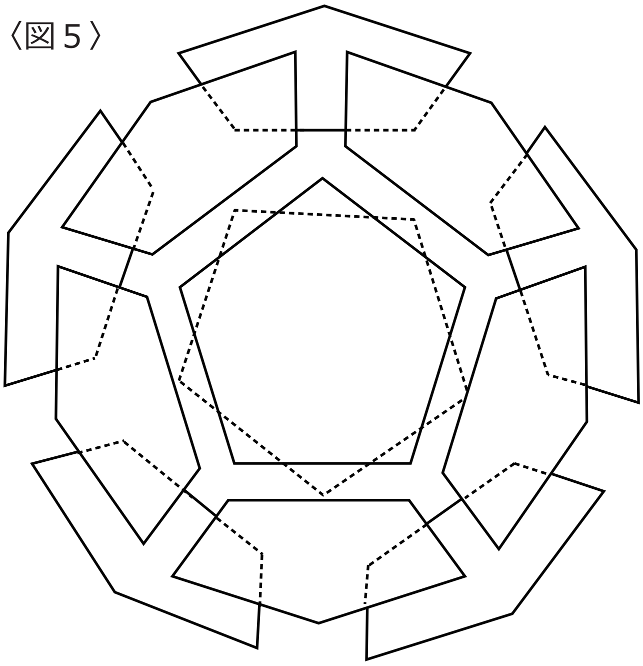
５×１２÷３＝２０(枚)

※〈図４〉の立体は「二十・十二面体」と呼ばれています。

「正十二面体」の各頂点を切り落とした立体とみる事も出来ます。

ⅱ）正十二面体の辺にＡを入れ込む

〈図５〉



〈図５〉は「正十二面体」の辺に少し隙間を作った図です。

この隙間にＡを組み合わせたものを入れ込んで立体を完成させます。

ここで各頂点まわりが合同ということに着目します。

・三角形と五角形の各頂点での集まり具合を（５、５、５）←五角形が３つでこれは正十二面体のようにあらわします。

（３、３、５，５､）→全部をこのようにする事はできない。

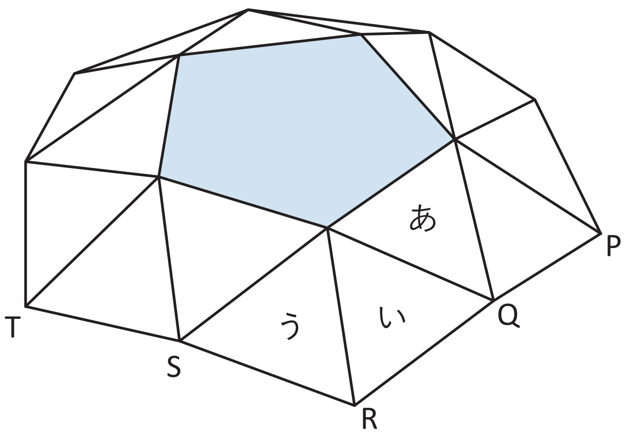
（３，５，３，５）→(2)ⅰ）の形

（３，３，５）→全部をこのようにすることはできない。

（３，３，３，５）→(1)の形

（３，３，３，３，５）→今から調べてみます。

〈図６〉



Ｂのまわりに１５枚のＡで〈図６〉のような形を作ります。

これを１２枚全てのＢに行いＡを重ねるようにして全体を完成させることを考えます。

Ｂの辺が〈図６〉のPQ,RS・・・と１つおきに重なるように作れば〈図５〉の位置関係を少しねじるようにして完成させる事ができます。

〈図６〉の「あ」や「う」は２枚重ね「い」は３枚重ねになります。

また、Ｂの辺をQR,ST・・・と１つおきに重なるように作れば先ほど作った「立体」とは重ならないので異なる立体となります。(鏡像)

Ａの数は「2枚重ね」がそれぞれのＢの各辺につき２枚あり「３枚重ね」は「正十二面体」の頂点の数になるので

５×２×１２÷２＋２０＝８０(枚)

ｉ)、ⅱ）をまとめて

（答）３種類・20枚、８０枚

※ⅱ）の立体は「変形十二面体」あるいは「ねじれ十二面体」などと呼ばれています。