★今週の1題★　整数　～解説～

（1）31 に対して【操作】を繰り返すと、次のようになります。

31 → 38 → 19 → 26 → 13 → 20 → 10 → 5 → 12 → 6 → 3 → 10
→ 5 → 12 → 6 → 3 → 10

同じ配列の繰り返し

10 が3回出たところで終了します。

（答）16 回

（2）この操作を繰り返すと、偶数のときに 2 で割るので、
ある程度のところまではどんどん小さくなります。
奇数のとき 7 を足すので、7 の近くを調べてみると、

① 8 → 4 → 2 → 1
1 で終了。

② 7 → 14 → 7 → 14
7 の前は 14 なので、14 で終了。

③ 10 → 5 → 12 → 6 → 3 → 10
10 で終了。

となり、①～③の3パターンしかないことが分かります。
なぜならば、9 以上の奇数は 7 を足してから 2 で割れば元の数よりも小さくなるからです。
上記①～③の中で1回だけ「偶数→偶数」があり、
残り全ては奇数と偶数が交互になる可能性があるのは②だけです。
14 よりも前を逆にたどっていきます。
ここでは面白いやり方として二進数を使ってみます。

1110〈14〉← 11100〈28〉← 10101〈21〉
← 101010〈42〉← 100011〈35〉← 1000110〈70〉
← 111111〈63〉← 1111110〈126〉← 1110111〈119〉

この後は、奇数は 1 が3個、0 が何個か、1 が3個という並びで、
偶数はその末尾に 0 を付けたものです。

$111\underbrace{0\cdots0}_{\text{0 が増えていく}}111$

よって、4桁で最も大きいのは

$1110000001110_{(2)}$

となり、

（答）7182