★今週の1題★　図形　～解説～

（1）仮に同じ数を 6 で割ったときと 7 で割ったときの差が 2019 であるのなら、
その数は、6 と 7 の最小公倍数である 42 を 2019 倍したものです。
$42 \times 2019 = 84798$
それを 7 で割ると
$84798 \div 7 = 12114$
ですが、[7]は一の位と 3 を入れ替えなければなりません。
また、[6]があるための条件は一の位を 8 と入れ替えることから、
十の位から万の位までの4個の数字の和が 3 で割って 1 あまる数である必要があります。
以上を考慮すると、
$[7] = (84798 - 98 + 63) \div 7 = 84763 \div 7 = 12109$
となると予想されます。
実際に
$84768 \div 6 = 14128$
$14128 - 2019 = 12109$
なので、条件を満たしています。
よって、求める値は、12109　･･･（答）

（2）[N]があるための条件を調べます。
ただし、万の位から十の位まで4つの数字を4桁の整数とみなし、その4桁の整数を P とします。
例えば5桁の整数が「12345」なら P は「1234」です。
[1]～[9]のそれぞれの値がある条件を整理します。
[1]、[2]、[5]　…　無条件
[3]、[6]　…　P が 3 で割って 1 あまる数
[4]　…　P の一の位が偶数
[7]　…　P が 7 で割って 6 あまる数　･･･①
[8]　…　P が 4 で割って 2 あまる数　･･･②
[9]　…　P が 9 で割って 1 あまる数　･･･③
以上から、上記の①、②、③をすべて満たせば[1]～[9]の値が全てあることになります。
「9 で割って 1 あまる数」を書き出すと、次のようになります。
1，10，19，28，37，46，55，64，･･･
このうち「7 で割って 6 あまる」最小の数は 55 なので、
①と③を同時に満たす最小の数は「63 で割って 55 あまる数」です。
そのうち「4 で割って 2 あまる」のは、
$63 + 55 = 118$
なので、①、②、③を同時に満たすのは、
$4 \times 7 \times 9 = 252$
より、「252 で割って 118 あまる数」（252 の倍数+118、252 の倍数-134）です。
$252 \times 4 + 118 = 1126$
より、条件を満たす5桁の整数のうち最小のものは、11260　･･･（答）
$252 \times 40 - 134 = 9946$
より、条件を満たす5桁の整数のうち最大のものは、99469　･･･（答）
条件を満たす5桁の整数の個数は、
$(40 - 1 - 4 + 1) \times 10 = 360$（個）　･･･（答）