



(1) $2 * (N - 1)$ を計算すると、〈表1〉のようになります。

〈表1〉

N	$2 * N$	$2 * (N - 1)$
1	2	$2 - 1 = 1$
2	$2 \times 2 = 4$	$4 - 1 = 3$
3	$2 \times 2 \times 2 = 8$	$8 - 1 = 7$
4	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$	$16 - 1 = 15$
5	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$	$32 - 1 = 31$
6	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$	$64 - 1 = 63$
7	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$	$128 - 1 = 127$
8	$2 \times 2 = 256$	$256 - 1 = 255$

① 次のような図で考えれば解決します。

図より

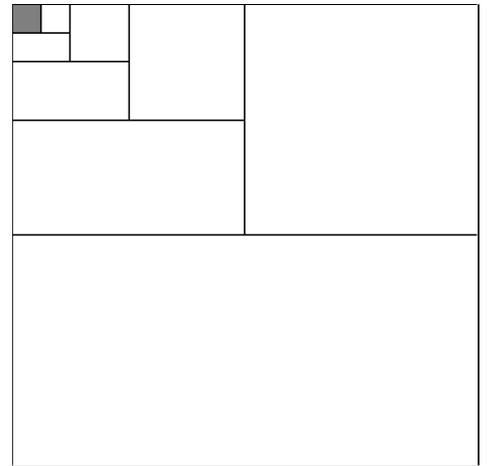
$$\text{与式} = (2 * 7) \times 2 - 1 = 2 * 8 - 1 = 2 * C - 1$$

よって

$$C = 8 \dots(\text{答})$$

② 〈表1〉より

$$31, 127 \dots(\text{答})$$



(2) M は 2 の倍数なので

$$M = (2 * Q) \times R$$

と表すことができます。

仮に R が素数ならば、P は次のようにあらわすことができます。

$$P = \{2 * (Q + 1) - 1\} \times (1 + R)$$

となります。ここで $R = 2 * (Q + 1) - 1$ ならば、

$$\frac{P}{M} = \frac{\{2 * (Q + 1) - 1\} \times (1 + R)}{(2 * Q) \times R} = \frac{R \times (1 + R)}{(2 * Q) \times R} = \frac{2 * (Q + 1)}{2 * Q} = 2$$

となるので、

$$M = 16 \times 31 = 496 \dots(\text{答})$$

$$M = 64 \times 127 = 8128 \dots(\text{答})$$

◎ この 2 数よりも小さいものはありません(少し考えればわかると思います)

※ 6、28、496、8128 のような数は完全数と呼ばれています。

完全数の定義は「自分自身を除く正の約数の和に等しくなる自然数」です。

偶数の完全数 M は次のように表すことができます。

$$M = \{2 * (S - 1)\} \times \{(2 * S) - 1\} \quad (\text{ただし、}(2 * S) - 1 \text{は素数})$$

「S=2, 3, 5, 7」のとき、それぞれ「M=6, 28, 496, 8128」となります。

奇数の完全数は存在するかどうかはわかりません。