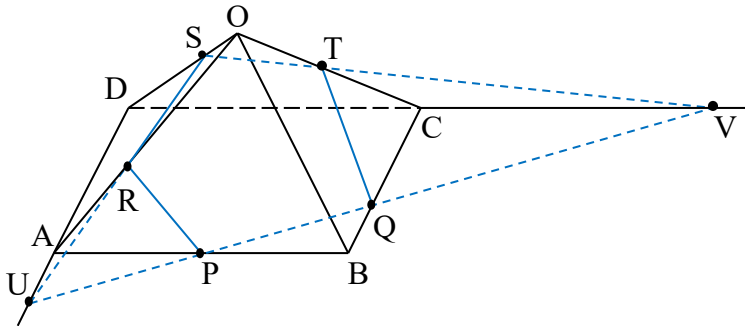




(1) 切り口が三角すいの側面になることを利用して作図します。

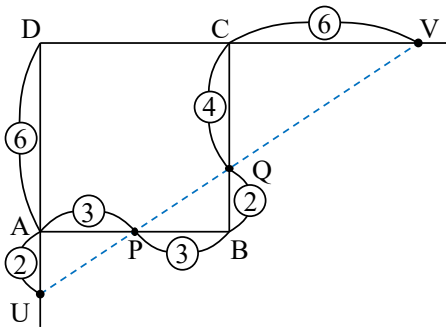
〈図1〉



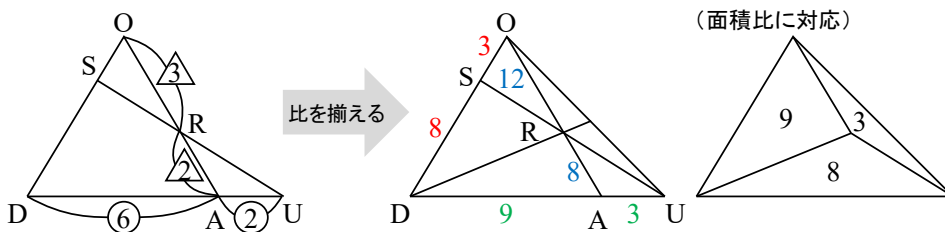
〈図1〉の完成の仕方を、順を追って説明します。

i) 上から見た図を描く

DA、DCをそれぞれ延長し、直線PQとの交点をU、Vとします。
正方形の1辺を⑥としたときの長さを書き込んでおきます。

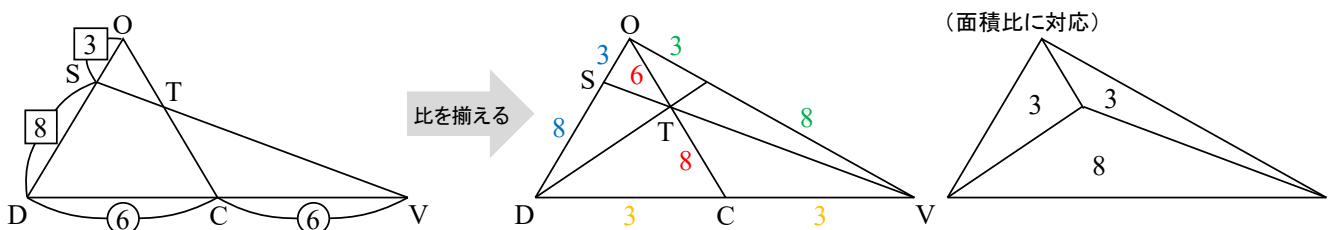


ii) 左側側面の図を描く



$OS:SD = 3:8 \dots$ (答)

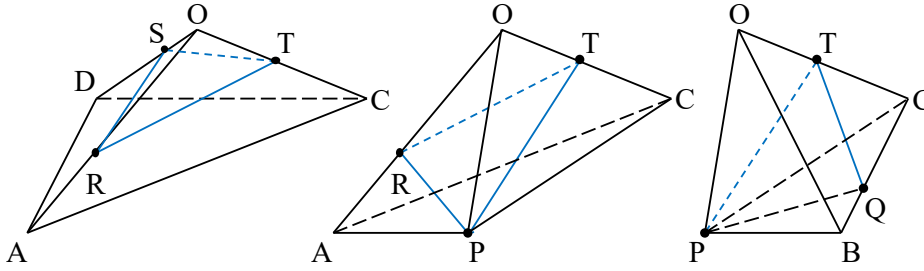
iii) 奥側面を描く



$OT:TC = 6:8 = 3:4 \dots$ (答)

(2) 3つに分割して計算します。

〈図2〉



Oを含むほうが計算しやすそうなので、そちらから手をつけます。

$$\text{三角すい O-ACD の部分} \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{11} \times \frac{3}{7} = \frac{27}{770}$$

$$\text{三角すい O-APC の部分} \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{140}$$

$$\text{三角すい O-PBC の部分} \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{4}{7} \times \frac{2}{3}\right) = \frac{13}{84}$$

合計すると、

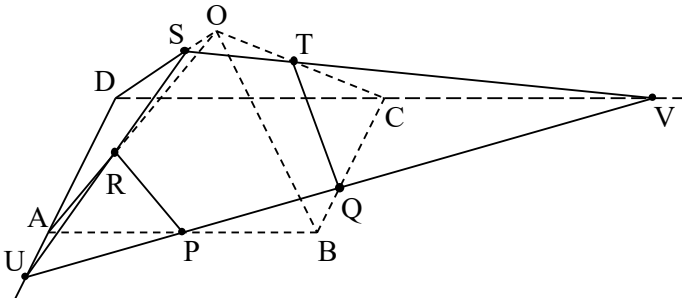
$$\frac{27}{770} + \frac{9}{140} + \frac{13}{84} = \frac{587}{2310} < \frac{1}{2}$$

求めるのは大きい方なので、

$$1 - \frac{587}{2310} = \frac{1723}{2310} (\text{倍}) \dots (\text{答})$$

【別解】 三角すい S-UVD を元にして計算します。(〈図3〉)

〈図3〉



求める体積は三角すい S-UVD から三角すい R-UPA と三角すい T-QVC を引いたものです。それぞれの三角すいの体積を、四角すい O-ABCD を「1」としたときの割合で表すと以下ようになります。

$$\text{三角すい S-UVD の部分} \rightarrow \frac{4}{3} \times 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{8}{11} = \frac{32}{33}$$

$$\text{三角すい R-UPA の部分} \rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{30}$$

$$\text{三角すい T-QVC の部分} \rightarrow \frac{2}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{7} = \frac{4}{21}$$

よって、求める値は

$$\frac{32}{33} - \left(\frac{1}{30} + \frac{4}{21}\right) = \frac{1723}{2310} (\text{倍}) \dots (\text{答})$$