★今週の1題★ 平面図形 ～解説～

（1）この形は〈図 1〉のように直角三角形をつけ足すのが良いでしょう。
〈図 1〉で△AED と△FDC は合同です。
（合同条件は“斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい“）
BC を⑦cm、EB を③cm、AE を $x$cm とすると、

$$\begin{cases} ⑦ = 10 + x \\ ③ = 10 - x \end{cases}$$

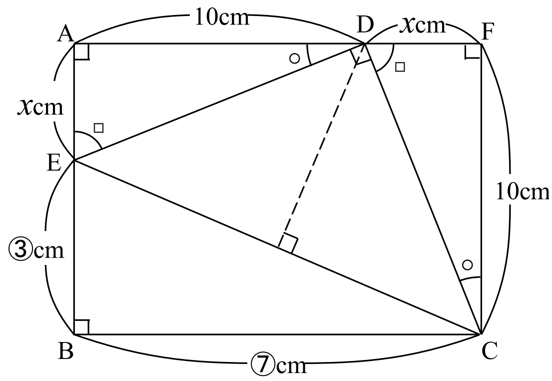
が成り立つので、2 つの式を足すと

$$⑦ + ③ = 10 + x + 10 - x$$

$$⑩ = 20$$

⑩ = 20（cm）…（答） ③＝6（cm）、 x＝4

〈図１〉

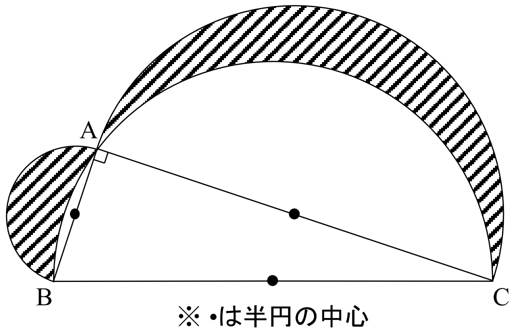


（2）「ヒポクラテスの三日月」の結論から、
△DOC の面積が答となります。

$$\left(14 \times 10 - 14 \times 6 \times \frac{1}{2} - 10 \times 4\right) \div 2 = 29\ (\mathrm{cm}^2)$$ …（答）

※ ヒポクラテスの三日月
〈図 2〉の斜線部の面積と直角三角形の面積は等しい。
理由：大、中、小 3 つの半円の面積が「大＝中＋小」となっていれば、斜線部の面積は
「中＋小＋直角三角形－大」
より直角三角形の面積と等しくなります。

〈図２〉



※ •は半円の中心

※ ここから先は中学で習う範囲です。
$AB = a$、$AC = b$、$BC = c$ とすると、「ピタゴラスの定理」より

$$c \times c = a \times a + b \times b$$

また、「大－（中＋小）」の面積を式にすると、（円周率は π とします）

$$\left\{\frac{c}{2} \times \frac{c}{2} \times \pi - \left(\frac{a}{2} \times \frac{a}{2} \times \pi + \frac{b}{2} \times \frac{b}{2} \times \pi\right)\right\} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\pi}{4} \times \{c \times c - (a \times a + b \times b)\} \times \frac{1}{2} = 0$$

となり、斜線部と直角三角形の面積が等しいことがわかりました。

この問題の場合
当然、ヒポクラテスの三日月を知らなくても解くことはできます。
〈図 3〉で求める面積は「△DOC＋半円 P－四分円 O」となります。
また、
正方形 DOCG の面積は 58cm^2、正方形 DPGH の面積は 29cm^2
なので、

$$半円P - 四分円O = \frac{1}{4} \times 58 \times \pi - \frac{1}{2} \times 29 \times \pi = 0$$

となり、
求める面積は△DOC の面積と等しくなることがわかります。

$$\triangle DOC = 58 \div 2 = 29\ (\mathrm{cm}^2)$$ …（答）

〈図３〉