★今週の練習問題★　灘　～解説～

（1）操作を行うと以下の表のように立体が変化します。

＜操作1＞

最初の立体	操作後の立体	体積	（面，頂点，辺）の数
正四面体	正四面体	$\frac{1}{27}$	(4，4，6)
立方体	正八面体	$\frac{1}{6}$	(8，6，12)
正八面体	立方体	$\frac{2}{9}$	(6，8，12)

＜操作2＞

最初の立体	操作後の立体	体積	（面，頂点，辺）の数
正四面体	正八面体	$\frac{1}{2}$	(8，6，12)
立方体	立方八面体	$\frac{5}{6}$	(14，12，24)
正八面体	立方八面体	$\frac{5}{8}$	(14，12，24)

2回目の操作後は正多面体なので、1回目の操作の後、正四面体になったことがわかります。
よって、最初は正四面体なので、最初の立体は、
P　…（答）

4回の操作を終えた時点で立方八面体になっています。
4～7回の操作を終えた後の面・頂点・辺の数を表にまとめます。
辺の数がそのまま頂点の数になり、頂点の数だけ面が増えるのがポイントです。

回目	面	頂点	辺
4	14	12	24
5	26	24	48
6	50	48	96
7	98	96	192

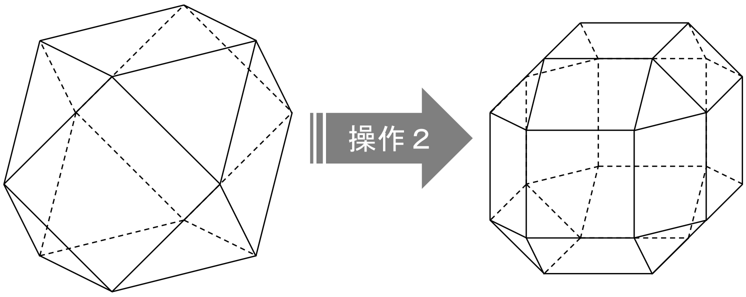
表より、
192 本　…（答）

（2）４回目までの操作と出来上がり後の体積を表にまとめると以下のようになります。

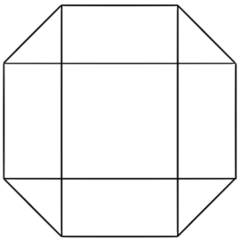
最初の立体	操作	体積
正四面体	1→1→2→2	$\frac{5}{11664}$
	1→2→1→2	$\frac{5}{1458}$
	2→1→1→2	$\frac{5}{432}$
立方体	1→1→1→2	$\frac{5}{1296}$
正八面体	1→1→1→2	$\frac{5}{729}$

次いで、立方八面体に＜操作２＞を行うとどんな図形になるか考えます。

立方八面体



【投影図】



立方八面体をつくる前の立方体を$4\times4\times4$の小立方体の積み木とみると、最終的に出来上がった立体は、小立方体を基準とすると、

全部 … 32 個
半分 … 24 個
$\frac{1}{6}$ … 8 個

とみることができるので、その体積は立方八面体に比べると、

$(1\times32+\frac{1}{2}\times24+\frac{1}{6}\times8)\div64\div\frac{5}{6}=\frac{17}{20}$（倍）

となっていることがわかります。以上より、
最小のとき、
$\frac{5}{11664}\times\frac{17}{20}=\frac{17}{46656}$（倍） …（答）
最大のとき、
$\frac{5}{432}\times\frac{17}{20}=\frac{17}{1728}$（倍） …（答）