



a、b、c が整数であることを利用します。

- (1) AとCから合計15回取り出したので、AとCから取り出した食塩水の重さの組み合わせは14通りあり、それぞれにいてaとcの値を求めると次の表のようになります。

	Aの重さ (g)	Cの重さ (g)	AとCの 重さの比	判定
①	10	140	1:14	$c = 10 + 1 = 11$ のとき $a = 10 - 14$ となり、×
②	20	130	2:13	$c = 10 + 2 = 12$ のとき $a = 10 - 13$ となり、×
③	30	120	1:4	5回でつくれるので、×
④	40	110	4:11	$c = 10 + 4 = 14$ のとき $a = 10 - 11$ となり、×
⑤	50	100	1:2	3回でつくれるので、×
⑥	60	90	2:3	5回でつくれるので、×
⑦	70	80	7:8	$a = 10 - 8 = 2$ 、 $c = 10 + 7 = 17$
⑧	80	70	8:7	$a = 10 - 7 = 3$ 、 $c = 10 + 8 = 18$
⑨	90	60	3:2	5回でつくれるので、×
⑩	100	50	2:1	3回でつくれるので、×
⑪	110	40	11:4	$a = 10 - 4 = 6$ 、 $c = 10 + 11 = 21$
⑫	120	30	4:1	5回でつくれるので、×
⑬	130	20	13:2	$a = 10 - 2 = 8$ 、 $c = 10 + 13 = 23$
⑭	140	10	14:1	$a = 10 - 1 = 9$ 、 $c = 10 + 14 = 24$

ここで、題意と、「 $b \times (\text{残った B の重さ}) = c \times (\text{残った C の重さ})$ 」より、

残った B の重さは $660 \sim 710\text{g}$ で、かつ、c の倍数でであることがわかります。

⑦のとき、残った C の重さは $720 - 80 = 640\text{ (g)}$ で、B の重さが 680 g だと題意を満たします。

また、このとき、 $b = 16$ となり、A から3回、B から4回の計7回取り出せば10%の食塩水ができ、これも題意を満たします。

⑧、⑪、⑭のとき、残った B の重さは題意を満たしません。

⑬のとき、残った C の重さは $720 - 20 = 700\text{ (g)}$ で、残った B の重さが 690 g で題意を満たしますが、

b は、 $23 \times \frac{700}{690} = \frac{70}{3}$ となり、整数の条件を満たしません。

以上から、すべての題意を満たすのは⑦のときのみで、a、b、c の値は、

$a = 2$ 、 $b = 16$ 、 $c = 17$ …(答)

となります。

※ ⑪、⑬、⑭では、それぞれ、 $(a, c) = (2, 32), (6, 36), (8, 38)$ も考えられますが、溶解度の条件から除くことができます。

(2) A、B、Cからそれぞれ x 回、 y 回、 z 回取り出すとすると、A、B、Cから1回あたりの取り出した食塩水に含まれる食塩の重さの比は $2:16:17$ ですから、

$$\frac{2 \times x + 16 \times y + 17 \times z}{x + y + z} = 10$$

すなわち、

$$2 \times x + 16 \times y + 17 \times z = (x + y + z) \times 10 \quad \cdots \textcircled{1}$$

となるような (x, y, z) のうち和が最小なものを見つければよいことになります。

また、奇偶の関係から、 z は偶数なので z の最小値は2となることがわかります。

$x = y = 1, z = 2$ のとき、取り出す回数の合計は4回で、 $2 \times x + 16 \times y + 17 \times z$ の値は、

$$2 \times 1 + 16 \times 1 + 17 \times 2 = 52$$

となります。

以下の表を使って順に調べます。

取り出す回数	式①の右辺 (②)	4回目での 式①の左辺 (③)	②－③ (④)	4回目後の 残りの回数	判定
4	40	52	-12	0	④がマイナスとなり×
5	50	52	-2	1	④がマイナスとなり×
6	60	52	8	2	$2 \times 4 = 8$ となり×
7	70	52	18	3	$2 \times 1 + 16 \times 1 = 18$ となり×
8	80	52	28	4	$2 \times 6 + 16 \times 1 = 28$ となり×
9	90	52	38	5	$2 \times 3 + 16 \times 2 = 38$ となり◎

表より、取り出す回数の合計で最も少ないのは、 $x = 4, y = 3, z = 2$ のとき、

9回 …(答)

となります。

※ $z = 4$ の場合、 $x = y = 1$ のとき、左辺は86となり、9回以上になることがわかります。